19.41. На сколько по отношению к комнатной должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны λ его молекул уменьшилась на 10%?

Дано:
$T_1 = 293$ К
$\Delta\lambda/\lambda_1 = n$
$n = 0{,}1$

$\Delta T = ?$

Решение.
Формула де Бройля, выражающая связь длины волны λ с импульсом p движущейся частицы, в классическом приближении имеет вид:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}.$$

Поэтому:

$$n = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{p_1}{p_2}.$$

где p_1 и p_2 – импульсы молекулы в начальном и конечном состоянии соответственно.
Средняя арифметическая скорость молекул идеального газа:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}},$$

где R – универсальная газовая постоянная;
μ – молярная масса газа.
Учитывая связь импульса частицы с её скоростью ($p = mv$), получим:

$$n = 1 - \frac{\langle v_1 \rangle}{\langle v_2 \rangle} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.$$

Откуда:

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 1 - n,$$

$$\frac{T_1}{T_2} = (1-n)^2,$$

$$T_2 = \frac{T_1}{(1-n)^2},$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{T_1}{(1-n)^2} - T_1.$$

Подставляя числовые значения, находим:

$$\Delta T = \frac{293}{(1-0{,}1)^2} - 293 = 68{,}7\ \text{К}.$$

Ответ: должна возрасти на $\Delta T = 68{,}7$ К.