

3.12. Нить с привязанными к её концам грузами массами  $m_1 = 50$  г и  $m_2 = 60$  г перекинута через блок диаметром  $D = 4$  см. Определить момент инерции  $J$  блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение  $\varepsilon = 1,5$  рад/с<sup>2</sup>. Трением и проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

Дано:

$$m_1 = 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг}$$

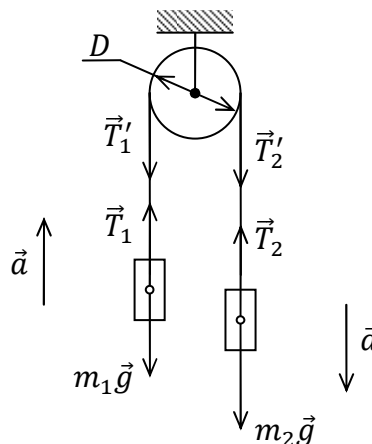
$$m_2 = 60 \text{ г} = 0,06 \text{ кг}$$

$$D = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}$$

$$\varepsilon = 1,5 \text{ рад/с}^2$$

---


$$J = ?$$



Решение.

На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила натяжения нити  $\vec{T}$ . В соответствии со вторым законом Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

Вектор ускорения  $\vec{a}$  груза  $m_1$  направлен вверх, следовательно,

$$m_1 a = -m_1 g + T_1,$$

откуда:

$$T_1 = m_1 a + m_1 g. \quad (1)$$

Вектор ускорения  $\vec{a}$  груза  $m_2$  направлен вниз, тогда:

$$m_2 a = m_2 g - T_2,$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a. \quad (2)$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения, вращающий момент  $M$ , приложенный к блоку:

$$M = J\varepsilon, \quad (3)$$

где  $J$  – момент инерции блока;

$\varepsilon$  – угловое ускорение блока.

Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на блок. По третьему закону Ньютона силы  $\vec{T}'_1$  и  $\vec{T}'_2$ , приложенные к блоку, равны соответственно силам  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$ , но по направлению им противоположны. Так как блок вращается вправо, то  $\vec{T}'_2 > \vec{T}'_1$ , и вращающий момент, действующий на блок:

$$M = (\vec{T}'_2 - \vec{T}'_1) \frac{D}{2}.$$

Подставляя в уравнение (3), получим:

$$(\vec{T}'_2 - \vec{T}'_1) \frac{D}{2} = J\varepsilon.$$

Откуда:

$$J = \frac{D}{2\varepsilon} (\vec{T}'_2 - \vec{T}'_1).$$

Так как  $\vec{T}'_1 = \vec{T}_1$  и  $\vec{T}'_2 = \vec{T}_2$ , заменим силы  $\vec{T}'_1$  и  $\vec{T}'_2$  их выражениями по формулам (1) и (2), тогда:

$$J = \frac{D}{2\varepsilon} (m_2 g - m_2 a - m_1 a - m_1 g),$$

$$J = \frac{D}{2\varepsilon} [(m_2 - m_1)g - (m_2 + m_1)a]. \quad (4)$$

Угловое ускорение блока  $\varepsilon$  связано с линейным ускорением  $a$  грузов соотношением вида:

$$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2a}{D}.$$

Выражая отсюда линейное ускорение:

$$a = \frac{\varepsilon D}{2},$$

и подставляя в формулу (4), получим:

$$J = \frac{D}{2\varepsilon} \left[ (m_2 - m_1)g - (m_2 + m_1) \frac{\varepsilon D}{2} \right].$$

Подставляя числовые значения, находим:

$$J = \frac{0,04}{2 \cdot 1,5} \left[ (0,06 - 0,05) \cdot 9,81 - (0,06 + 0,05) \cdot \frac{1,5 \cdot 0,04}{2} \right] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^3.$$

Ответ:  $J = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^3.$